**Метод простейших итераций**.

Альтернативой прямым методам решения СЛАУ являются итерационные методы, основанные на многократном уточнении , заданного приближенного решения системы . Верхним индексом в скобках здесь и далее по тексту обозначается номер итерации (совокупности повторяющихся действий). Реализация простейшего итерационного метода – метода простых итераций – состоит в выполнении следующих процедур.

1. Исходная задача преобразуется к равносильному виду, где α - квадратная матрица порядка n; β- столбец. Это преобразование может быть выполнено различными путями, но для обеспечения сходимости итераций нужно добиться выполнения условия .
2. Столбец β принимается в качестве начального приближения и далее многократно выполняются действия по уточнению решения, согласно рекуррентному соотношению

или в развернутом виде

1. Итерации прерываются при выполнении условия (где – заданная точность, которую необходимо достигнуть при решении задачи) .

**Теорема о достаточном условии сходимости метода простых итераций**. Метод простых итераций, реализующийся в процессе последовательных приближений, сходится к единственному решению исходной системы при любом начальном приближении со скоростью не медленнее геометрической прогрессии, если какая-либо норма матрицы меньше единицы, т.е.

**Теорема о необходимом и достаточном условии сходимости метода простых итераций.** Для сходимости метода простых итераций при любых и необходимо и достаточно, чтобы собственные значения матрицы были по модулю меньше единицы, т.е. .

.

**Принцип сжимающих отображений**

Пусть - метрическое пространство. Отображение пространства в себя называется сжимающим отображением, или, короче, сжатием, если существует такое число что для любых двух точек выполняется неравенство:

Всякое сжимающее отображение непрерывно. Действительно, если , то в силу неравенства и Точка называется неподвижной точкой отображения , если Иначе говоря,неподвижные точки – решения уравнения .

Всякое сжимающее отображение, определенное в полном метрическом пространстве , имеет одну и только одну неподвижную точку. Принцип сжимающих отображений можно применять к доказательству существования и единственности решений для уравнений различных типов (дифференциальных, интегральных, алгебраических, трансцендентных, СЛАУ). Помимо доказательства существования и единственности решения уравнения , принцип сжимающих отображений дает и фактический метод приближенного нахождения этого решения (метод последовательных приближений).